

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
ADOLF HAIMOVICI  
Etapa locală – 21 februarie 2016

Filiera tehnologică: profilul tehnic

Clasa a IX-a

1. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $\begin{cases} a_3 + a_4 = 6^2 \\ a_5 = 3^3 \end{cases}$ .
  - a) Calculați suma primilor 20 de termeni ai șirului.
  - b) Arătați că șirul  $(b_n)_{n \geq 1}$ ,  $b_n = a_{a_n} (\forall) n \geq 1$  este o progresie aritmetică, iar șirul  $(c_n)_{n \geq 1}$ ,  $c_n = 5^{a_n} (\forall) n \geq 1$  este o progresie geometrică.
2. Calculați:
  - a)  $|2\sqrt{3} - 4| + (1 - \sqrt{3})^2$
  - b) Calculați  $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{50}]$ , unde  $[x]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $x$ .
3.
  - a) Se consideră segmentul  $AB$  și  $M$  mijlocul său. Arătați că pentru orice punct  $P$  din plan,  $2\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$ .
  - b) Se consideră patrulaterul convex  $ABCD$  și punctele:  $M$  - mijlocul diagonalei  $AC$  și  $N$  - mijlocul diagonalei  $BD$ . Arătați că  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ .
4. Să se demonstreze că  $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ .

**Notă:** Timp de lucru 3 ore  
Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.